QCM :

1) $y' = 2x$

2) parallèle à : $y = 2x$

3) f est positive

4) $y'' + y = 0$

Vrai ou faut :

1) faut

En effet : $f(x) = 2^x$

$f'(x) = 2^x.\text{Ln}2$

$f'(x) - \text{Ln}2 - f(x) \neq 0$

2) faut

$f(x) = e^{-2x}$ est une solution de l'équation $y' = -2x$

$f'(x) = -2e^{-2x} \leq 0 \; ; \forall x \in \text{IR}$

f est décroissante sur IR

3) vrai

F est solution de $y' = 3y$

$\Rightarrow f'(x) = 3.f(x) \; ; \forall x \in \text{IR}$

$\Rightarrow f'(1) = 3.f(1) = 3$

$\Rightarrow f(1) = 1$

4) vrai

Démonstration

$f''(x) + 2f(x) = 0 \quad ; \forall x \in \text{IR}$

$\Rightarrow f''(x) = -2f(x) \quad ; \forall x \in \text{IR}$

f s'annule en $\frac{\pi}{4}$ et change de signe d'où

f'' s'annule et change de signe en $\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow (C_f)$ admet le point $I(\frac{\pi}{4}, f(\frac{\pi}{4}))$ comme Point d'inflexion.

EXERCICE 1 :

1) – a) $y' = -3y$

Les solutions sont les fonctions définies sur IR par : $f(x) = k.e^{-3x}$; $k \in \text{IR}$

b) $y' = -\sqrt{2}\,y$

les solutions sont les fonctions définies sur IR par : $f(x) = k.e^{-\sqrt{2}x}$; $k \in \text{IR}$

c) $y' = \frac{1}{5}y$

$f(x) = k.e^{\frac{x}{5}}$; $k \in \text{IR}$

2) – a) $y' = \frac{1}{2}y$ et $f(-1) = e$

La solution est : $f(x) = e.e^{\frac{1}{2}(x+1)} = e^{\frac{1}{2}(x+3)}$

b) $y' = -\frac{1}{3}y$ et $y(\text{Ln}8) = 1$

la solution est :

$f(x) = 1.e^{-\frac{1}{3}(x - \text{Ln}8)} = 2e^{-\frac{1}{3}x}$

c) $y' = 2y$ et $f(0)$ 1

la solution est :

$f(x) = e^{2x}$

EXERCICE 2 :

1) $\begin{cases} f'(x) = a\,f(x) \\ f(0) = 1 \\ f(x+10) = 2f(x) \end{cases}$ $\quad \forall x \in \text{IR}$

f est la solution de l'équation différentielle :

$y' = a\,y$ et $f(0) = 1$

d'où : $f(x) = e^{ax}$

* $f(x + 10) = 2f(x)$

$\Rightarrow e^{a(x+10)} = 2e^{ax}$

$\Rightarrow e^{ax}.e^{10a} = 2e^{ax} \Rightarrow e^{10a} = 2$

$\Rightarrow 10a = \text{Ln}2 \Rightarrow a = \frac{1}{10}\text{Ln}2$

D'où $f(x) = e^{\frac{x}{10}\text{Ln}2} = \sqrt[10]{2^x}$

2) $f'(x) = \frac{\text{Ln}2}{10}e^{\frac{x}{10}\text{Ln}2} > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$